

### 3 Matrices en het oplossen van stelsels lineaire vergelijkingen met de TI-83/84 Plus

Stelsel van lineaire vergelijkingen kunnen op een eenvoudige manier opgelost worden door te steunen op matrices en gebruik te maken van de grafische rekenmachine.

$$AX = B \Leftrightarrow \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

#### VOORBEELD 1

We lossen het volgende stelsel van drie vergelijkingen in drie onbekenden op.

$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 3x + y - z = 6 \\ x + y - 2z = 4 \end{cases} \quad \text{In matrixnotatie: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Vergelijk  $AX = B$  met  $ax = b$  in  $\mathbb{R}$  met  $A$  een vierkante matrix. De laatste vergelijking is eenvoudig oplosbaar indien  $a \neq 0$ , nl.  $x = a^{-1}b = \frac{b}{a}$ .

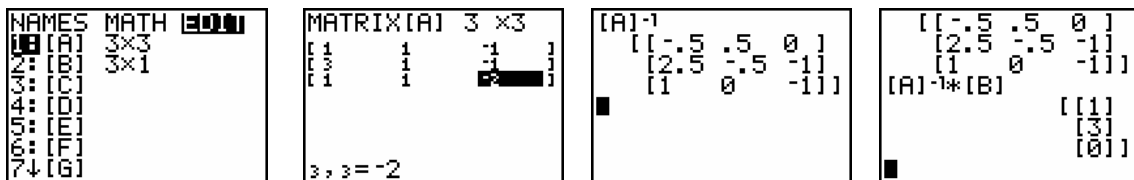
Bij matrices is dit niet zo eenvoudig.

Enkel als  $A$  regulier ( $A^{-1}$  bestaat) is, vind je analoog dat  $X = A^{-1}B$  ( $\neq BA^{-1}$ ).

Je kan  $A^{-1}$  bepalen met elementaire rijoperaties:  $[A | I_n] \rightarrow [I_n | Q]$  waarbij  $Q = A^{-1}$ . Maar gebruikmakend van de grafische rekenmachine spaart heel wat elementair rekenwerk.

Met de TI-83/84 Plus kan je met 2nd[MATRIX] een matrix invoeren. Je geeft eerst de dimensies in en dan de elementen van de matrix. Met 2nd[QUIT], kom je weer in het hoofdscherm waar je met 2nd[MATRIX] de juiste matrix uit de lijst haalt.

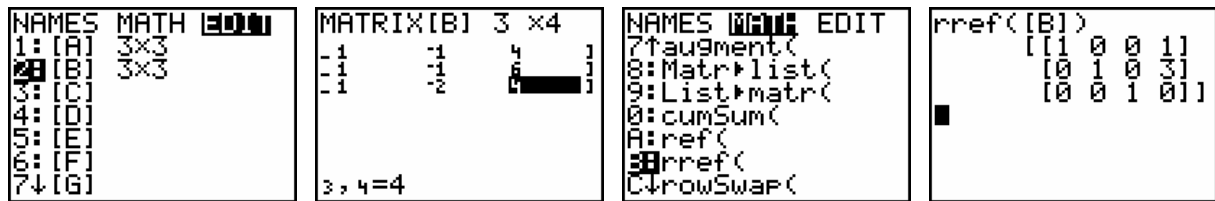
Via  $[x^{-1}]$  bereken je de inverse matrix.



Door op analoge wijze de kolommatrix  $B$  in te geven, kan je het stelsel oplossen door  $A^{-1}B$  te berekenen.

Om automatisch te herleiden naar een trapvorm met de rekenmachine, geef je eerst uitgebreide matrix in met 2nd[MATRIX]. Verlaat het invoerscherm, 2nd[QUIT].

Kies in het MATH-menu van 2nd[MATRIX] voor B:rref( en selecteer de juiste matrix. Met [ENTER] wordt de matrix herleid tot een gereduceerde trapvorm.



Met beide methodes bekom je dat: 
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

### VOORBEELD 2

Beschouw het onderstaande stelsel van vier vergelijkingen en drie onbekenden.

$$\begin{cases} x+y-z = 4 \\ 3x+y-z = 6 \\ x+y-2z = 4 \\ 3x+2y-z=9 \end{cases} \quad \text{In matrixnotatie: } \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \\ 9 \end{bmatrix}$$

Dit stelsel is niet op te lossen gebruikmakend van de matrix  $A^{-1}$ . Het commando rref biedt wel een oplossing.

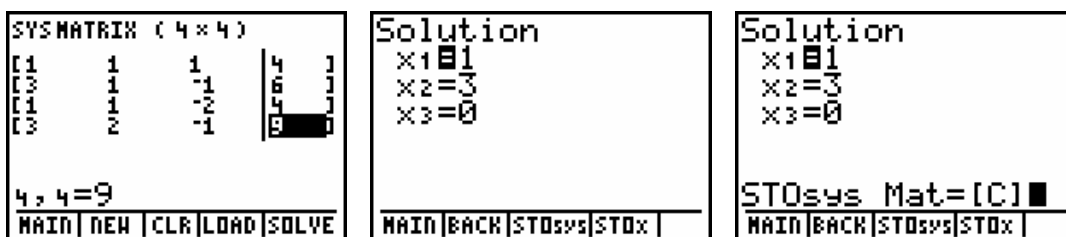
Je kunt dit stelsel ook oplossen via de Flash-applicatie *Polynomial Root Finder and Simultaneous Equation Solver (PolySmlt)* die gratis te downloaden is via [education.ti.com](http://education.ti.com). Het betreft een applicatie om vergelijkingen en stelsels op te lossen.

Een handleiding vind je via [education.ti.com/guides](http://education.ti.com/guides).

Eens de applicatie gedownload is en op naar je rekenmachine geïnstalleerd, activeer je de applicatie via [APPS] 2:Simult Eqn Solver. Geef het aantal vergelijkingen en onbekenden in en bevestig met [ENTER].



Geef dan alle coëfficiënten in en druk op [SOLVE] (F5).



Met behulp van [STOsys] (F3) kan je de coëfficiëntenmatrix opslaan in een matrix naar keuze. Geef met 2nd[MATRIX] een matrix aan die nog niet gedefinieerd is. Met behulp van [STOx] (F4) kan je analoog de uitkomstenmatrix bewaren.

Je verlaat de applicatie met 2nd[QUIT].

VOORBEELD 3

De applicatie *PolySmlt* lost het stelsel  $\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 5x + 6y + 7z = 8 \end{cases}$  als volgt op.

```

SYSMATRIX ( 2 x 4 )
[1  2  3  | 4 ]
[5  6  7  | 8 ]

z, 4=8
MAIN|NEW|CLR|LOAD|SOLVE
  
```

```

Solution Set
x1=-2+x3
x2=3-2x3
x3=x3

MAIN|BACK|STOsys|RREF|
  
```

```

RREF ( 2 x 4 )
[1  0  -1  | -2 ]
[0  1   2  |  3 ]

MAIN|BACK|STORERREF|
  
```

In dit geval kan ook de bijhorende gereduceerde trapvorm getoond (RREF) en bewaard (STORE RREF) worden.