

Iteratie

Zelfstudieopdracht 7

Aantrekkende en afstotende vaste punten

- Bestudeer op p 26-27 het inleidend voorbeeld en de definitie van aantrekkend en afstotend vast punt.
- Maak een webgrafiek van $F(x) = \sqrt{x}$ en bepaal de baan van de startwaarden 0.1, 0.7, 1.5 en 2.
Formuleer een algemeen besluit over de banen van $x > 0$.
 - Bereken $F(1)$ en bereken de vaste punten van F . (*)
 - Bereken de afgeleide van $F(x)$ en de afgeleide van F in 1.
 - Bevestigt dit resultaat je conclusie van 2.a ?
- Teken de grafiek van F en van $y = x$ van $[0,1]$ naar $[0,1]$.
 - Duid op de grafiek $(x, F(x))$ aan en op $y = x$ het punt $(F(x), F(x))$.
 - Vergelijk op de x -as de afstand van x en $F(x)$ t.o.v. het vast punt $x = 1$.
Formuleer je besluit.
- Bestudeer de middelwaardestelling op p 28.
 - Voor welke x -waarden is $|F'(x)| < 1$? Los deze ongelijkheid op.
Hint: $|F'(x)| = F'(x)$? Waarom?
 - Kies een open interval I met het vast punt 1 als midden en met x -waarden die voldoen aan het resultaat van 4.b.
 $\forall x \in I : F'(x) < 1$ (**).
 - Kies in I een $x \neq 1$ en gebruik 4.a om de gemiddelde helling in $[x,1]$ of $[1,x]$ te berekenen.
 - Pas de middelwaardestelling toe op 1 en x uit 4.d, maak gebruik van (*) en (**) en vergelijk de afstand van x t.o.v. 1 en van $F(x)$ t.o.v. 1.
 - Wat zou je kunnen besluiten als je deze redenering herhaalt voor $F(x)$ en $F^2(x)$?
 - Wat besluit je voor de baan $x, F(x), F^2(x), F^3(x), \dots, F^n(x), \dots$?