Dynamische processen
Zelfstudieopdracht 5

Verspreiding van AIDS

1% van de bevolking weet wat veilig vrijen is. De overheid beslist een voorlichtingscampagne te voeren. Uit ervaring weet men dat jaarlijks een toename van 80% (tijdens het 1e jaar 80% van 1%) weet wat veilig vrijen is.

$$\Delta x_0 = 80\%.x_0 = 0,8x_0 \text{ en } \Delta x_n = 0,8x_n \Leftrightarrow x_{n+1} - x_n = 0,8x_n \Leftrightarrow x_{n+1} = 1,8x_n$$

Toon aan, door het expliciete voorschrift van deze recursieve vergelijking te bepalen, dat deze exponentiele groei na enkele jaren boven 100 % = 1 komt; wat onmogelijk is.

We voeren daarom een factor in die de groei vertraagt:

$$\Delta x_n = 0,8x_n(1 - x_n) \text{ met } 1 = 100\% \quad (*)$$

a. Heeft deze remfactor een grote invloed in het begin? $x_0 = 1\% = 0,01$

b. Wanneer wordt deze vertragingsfactor belangrijker?

c. Toon aan wanneer de groei stopt.

d. Bereken de groei Δx_i als $x_i = 50\% = 0,5$, vervolgens Δx_{i+1} voor $x_{i+1} = x_i + \Delta x_i$ enz. Hoe evolueert de rij x_i, x_{i+1}, x_{i+2}......

(*) De differentievergelijking (zie zelfstudieopdracht 3)

$$\Delta N(t) = cN(t)(M - N(t)) = cMN(t)(1 - \frac{N(t)}{M})$$

$$= aN(t)(1 - \frac{N(t)}{M}) \text{ met } cM = a \text{ en } M \text{ de maximale populatie}$$

wordt in relatieve cijfers: $\frac{\Delta N(t)}{M} = a\frac{N(t)}{M}(1 - \frac{N(t)}{M})$ of $\Delta x_n = ax_n(1 - x_n)$.